

SIMULADOR DE INUNDACIONES EN ÁREAS URBANAS. UN MODELO DE PRONÓSTICO CON FINES DE ALERTAMIENTO

Nabil Mobayed Khodr

1 Profesor de la Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Querétaro, nabil@uaq.mx

RESUMEN

Se ha planteado un modelo de tránsito unidimensional de flujo por toda la red de drenaje de una cuenca, basado en una solución integral de las ecuaciones de Saint-Venant (modelo de convección-difusión), y en el cambio que experimentan los coeficientes de celeridad y difusión cuando la escorrentía ocurre en la sección modificada del área (planicie) de inundación. El resultado del modelo corresponde a una aproximación del fenómeno, no sólo por las hipótesis en las que se sustenta la modelación (flujo 1-D, tránsito basado en el modelo de convección-difusión, volúmenes de excedencia estimados como una diferencia entre hidrogramas con y sin efecto de regulación, y distribuidos según la capacidad local de retención de cada superficie tributaria) sino también por la representación fisiográfica aproximada del área urbana (MDE adaptado a escurrimientos) y la distribución que se ha hecho de los datos de precipitación. Sin embargo, ha sido aplicado con éxito en la simulación de eventos extraordinarios, como los ocurridos en la ciudad de Querétaro durante el mes de septiembre del 2003, en tanto que el modelo reprodujo la magnitud de los escurrimientos, así como las características principales de las manchas de inundación registradas. Destaca, por último, el tiempo de respuesta que tiene el modelo para hacer una evaluación casi inmediata acerca de la situación que puede generar un evento de gran magnitud, en especial cuando deben aplicarse medidas oportunas de protección ante tales contingencias.

ABSTRACT

A one-dimensional flow model has been proposed for a complete drainage network of a basin, based on an integral solution of the Saint-Venant equations (convection-diffusion model), and the change that celerity and diffusion coefficients undergo when runoff occurs in the modified section of the flooding area. The result of the model corresponds to an approximation of the phenomenon, not only because of the hypotheses the modeling is based on (1-D flow, flow routing based on the convection-diffusion model, excess volumes estimated as a difference among hydrographs with and without a regulation effect, and distributed according to the local capacity of retention of each tributary surface), but also because of the approximate landscape representation of the urban area (MDE adapted to runoffs) and the distribution that has been determined for the precipitation data. However, it has been applied with success in the simulation of extraordinary events, such as the one happened in the city of Queretaro during the month of September 2003, since the model reproduced the magnitude of the runoff, as well as the main characteristics of the registered flooding spots. Finally, the time response in the model for making an almost immediate evaluation of the situation that an event of great magnitude can cause is highlighted, especially when prompt measures of protection must be applied due to such contingencies.

Palabras clave:

Hidrología de parámetros distribuidos, hidrología urbana, inundación de áreas urbanas
(Distributed parameters hydrology, urban hydrology, urban areas flooding)

1. ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN

El manejo inadecuado de los recursos hídricos es uno de los problemas más graves a los cuales se enfrentan las poblaciones modernas, debido a que no se cuenta con una planeación adecuada de los sistemas de drenaje pluvial y, en algunos casos, éste ni siquiera ha sido contemplado. En consecuencia, los efectos hidrológicos pueden causar inundaciones, así como daños de diversa índole tanto materiales como sanitarios. Actualmente, por ejemplo, en muchas ciudades importantes de México se presentan inundaciones con una frecuencia notable, situación que muestra el impacto destructivo que podría tenerse en el futuro próximo.

Tradicionalmente, la concepción de drenaje urbano consistía en llevar lo más rápido posible el agua lejos o al menos fuera de los límites citadinos, sin considerar el impacto sobre el cuerpo receptor o sobre otras regiones ubicadas aguas abajo. Actualmente, los proyectos de drenaje pluvial deben ser concebidos dentro de esquemas de planificación integrales, que involucren no sólo las obras de desalojo oportuno sino también las de protección y preventivas (como los sistemas de bordería), todas en congruencia con programas y planes de ordenamiento territorial y orientadas a la mitigación (o eliminación) de impactos tanto locales como regionales.

Por otro lado, la formulación y habilitación de un modelo matemático para estudiar la escorrentía pluvial en zonas urbanas, debe tomar en cuenta el comportamiento del flujo tanto para representar la forma de acumulación superficial de las aguas llovedizas (hidrogramas incipientes) como para simular su tránsito por el sistema de drenaje. En el primer caso, deben tomarse en cuenta diversidad de criterios validados por la comunidad científica (como el conocido método de la curva de escurrimiento, propuesto por el Soil Conservation Service de los Estados Unidos, 1972); y, en el segundo, las formulaciones habituales del tránsito de avenidas por una red de canales y drenes a superficie libre (Chow, 1959; Mobayed, 2001).

Con respecto a la regulación del caudal en partes bajas o susceptibles a la inundación, se puede aplicar el principio de conservación de masa para involucrar, de manera global: aportaciones hacia zonas deprimidas (más bajas), regulación de volúmenes según capacidad de almacenaje y salida paulatina (de haberla) a través de algún colector o sistema de bombeo.

Así pues, la aplicación sistemática de herramientas para la representación fisiográfica de cuencas urbanas, conjuntamente con modelos hidrológicos distribuidos, constituyen un instrumento dinámico de análisis y diagnóstico hidráulico; por tanto su uso puede ser indispensable en la toma de decisiones en materia de desalojo de los excedentes de lluvia en zonas urbanas con problemas de inundación. El manejo adecuado de tales modelos, con sustento en datos de campo, hará posible aproximarse más al conocimiento de la relación lluvia–escorrentía y al efecto de regulación que se produce en las zonas bajas o con poco drenaje, por lo cual se puede convertir en un modelo de pronóstico para alertamiento de la población y de mejoramiento para el diseño y operación de los sistemas de drenaje urbano.

2. FISIOGRAFÍA Y ESCALADO DE CUENCAS

Los modelos hidrológicos, entendidos como una aproximación al funcionamiento real del ciclo del agua en una cuenca vertiente, se pueden clasificar en físicos y abstractos (Triviño y Ortiz, 2004). De acuerdo con la aleatoriedad de las variables empleadas, los modelos abstractos pueden ser estocásticos o determinísticos. En esta última clasificación se encuentran los modelos de parámetros distribuidos que, a diferencia de los agregados, prestan mayor atención a la distribución espacial de los datos, pero no sólo a los asociados con el escurrimiento superficial sino también a factores climáticos como las precipitaciones. Con ellos se supera la escala habitual de los modelos hidráulicos, centrados casi exclusivamente en el cauce principal de una cuenca, dada la necesidad de contar con secciones transversales de los ríos para efectuar los cálculos.

A pesar de que los llamados modelos físico-hidrológicos de parámetros distribuidos permiten realizar una simulación más “física” de los fenómenos, la discretización de la cuenca en celdas cuadriculares parece alejarse de la naturaleza o forma típica de las redes de drenaje. En la modelación, cada elemento de la malla constituye tanto un área de aportación como un tramo de canal, lo que se traduce en una enorme red de tramos o segmentos integrantes (Mobayed, 2001).

El esfuerzo de cálculo en tales condiciones puede no llevar a una solución más precisa a la que ofrece algún modelo agregado de parámetros concentrados. Lo más indicado parece ser una “discretización hidrológica” de la cuenca mediante elementos pequeños o microcuencas. Además de trabajar con un número de entidades mucho menor, cada una tendría una configuración más apegada a la orografía de la cuenca y facilitaría la determinación de algunas variables comúnmente empleadas en la hidrología, como: área de captación, pendiente de superficie, longitud y pendiente del cauce o canal, etc.

Basándose en principios físicos elementales, el criterio de escalado aprovecha la información de los modelos digitales de elevación en formato reticular (*raster*) para identificar la red de drenaje y parteaguas de sus áreas de aportación. Los elementos cuadriculares se recorren hacia aguas arriba –según direcciones de flujo definidas con desniveles máximos entre celdas– y se numeran ordenadamente (**Figura 1**) para que los números mayores correspondan siempre a elementos precedentes, según el sentido del flujo. Esto permite hacer un agrupamiento secuencial de celdas, con cierta escala o área mínima, tal que cada grupo forme una *microcuenca* o *celda geomorfológica*.

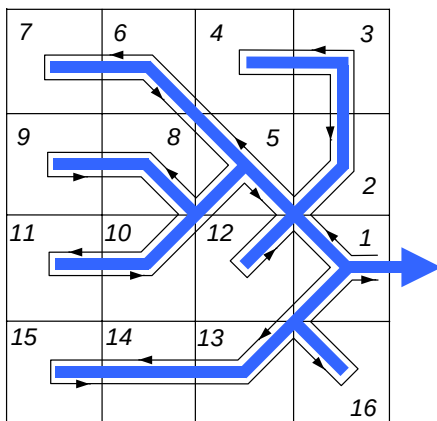


Figura 1.

Red de flujo de un MDE de 16 elementos, cuyo recorrido hacia arriba sirve para asignarles un número de orden consecutivo (Mobayed, 2001).

El recorrido de los elementos de la red se hace dos veces: la primera, hacia aguas arriba, para asignarle un valor ordinal N_O ; y la segunda, hacia aguas abajo para identificar confluencias pendientes de recorrer. El proceso termina cuando se ha regresado al punto de salida inicial. Naturalmente, un algoritmo de numeración basado en este criterio puede hacerse extensivo a tramos de conductos o canales.

La obtención del número de orden trae consigo varias ventajas. Una de ellas es que permite determinar el número de elementos drenados por cada celda. En efecto, al realizar el recorrido hacia aguas abajo durante el ordenamiento, se puede guardar el valor inmediato anterior asignado a una celda que no drena, previa al elemento por recorrer. De esta manera, la diferencia entre dicho valor y el ordinal del elemento resultará equivalente al número de celdas que le preceden:

$$N_D(j) = N_O(j) - N_{fin}(j) \quad (1)$$

donde $N_D(j)$ es el número de elementos drenados hasta la celda j , $N_O(j)$ su número de orden, y $N_{fin}(j)$ el último número de orden asignado a una celda de inicio, al momento de recorrer j hacia aguas abajo. Es fácil comprobar que los valores N_O y N_D son elementos suficientes para una caracterización completa de la red de drenaje, pues

$$N_D = 0 \quad \text{líneas divisorias o parteaguas} \quad (2)$$

$$N_D > N_{REF} \quad \text{red de drenaje} \quad (3)$$

El valor N_{REF} es un número de referencia, útil para visualizar los cauces según su importancia en cuanto a capacidad de drenaje (este valor mínimo se asocia a la denominada área inicial por drenar o *threshold area*, en inglés). Como se observa, para cualquier celda, los números comprendidos entre N_O y $N_O + N_D$ corresponden invariablemente a las celdas drenadas por ella. Entonces,

$$[N_O(j), N_O(j) + N_D(j)] \quad \text{subcuenca hasta el punto } j \quad (4)$$

Una de las ventajas más importantes que ofrece el ordenamiento de celdas se refiere a la posibilidad de hacer un agrupamiento secuencial de ellas, puesto que cada grupo pasa a conformar justamente una microcuenca o celda geomorfológica. Para lograr esta agrupación o escalado simple de elementos, deben tomarse en cuenta dos criterios básicos, (Mobayed *et al*, 2002):

- a) Iniciando con la unidad y de manera consecutiva, el ordinal es incrementado cada vez que una microcuenca haya acumulado un número mínimo prefijado de celdas, y cuando se encuentre –hacia aguas arriba– una celda que drene un número igual o superior a dicho valor mínimo.
- b) Aquellas celdas que drenan áreas menores a la mínima, debe dárseles el mismo ordinal de microcuenca que se asignó a su celda de salida, numerada con anterioridad gracias al ordenamiento preestablecido.

De esta forma, el ordenamiento de celdas comprende intrínsecamente cualquier arreglo por microcuencas que desee establecerse de manera posterior, con la ventaja de que el ordinal asignado a ellas lleva también el sentido y orden del flujo en la red, siempre hacia aguas arriba. Con la información fija de las celdas ordenadas (proceso que se aplica una sola vez), el escalado o agrupamiento secuencial se puede hacer rápidamente para las resoluciones deseadas, de manera que se tengan zonificaciones *raster* (las celdas geomorfológicas) por cada valor de área mínima. Puesto que la información meteorológica distribuida es también almacenable en formato de cuadrícula, la correspondencia de elementos matriciales facilita la ponderación de valores de lluvia y, en consecuencia, la definición de hietogramas asociados a cada una de las áreas tributarias configuradas mediante el proceso de escalado.

En la **Figura 2** se ilustra el proceso de escalado de una cuenca ejemplo, configurada con un MDE de 140 celdas y tomando una superficie de 5 celdas como área mínima. Como se observa, en lugar de utilizar los 63 elementos cuadrados que definen su superficie, el cálculo se puede reducir tan sólo a 7 celdas geomorfológicas. Además se han delimitado las áreas, con base en las isolíneas topográficas, para notar cómo hay

coincidencia entre las celdas identificadas y el espacio físico real de cada una. Para conocer con mayor detalle los procesos de ordenamiento y escalado de una cuenca en unidades de escurrimiento o celdas geomorfológicas, a partir de los modelos digitales de elevación, se pueden consultar las referencias citadas con anterioridad (se recomienda: Mobayed, 2001).

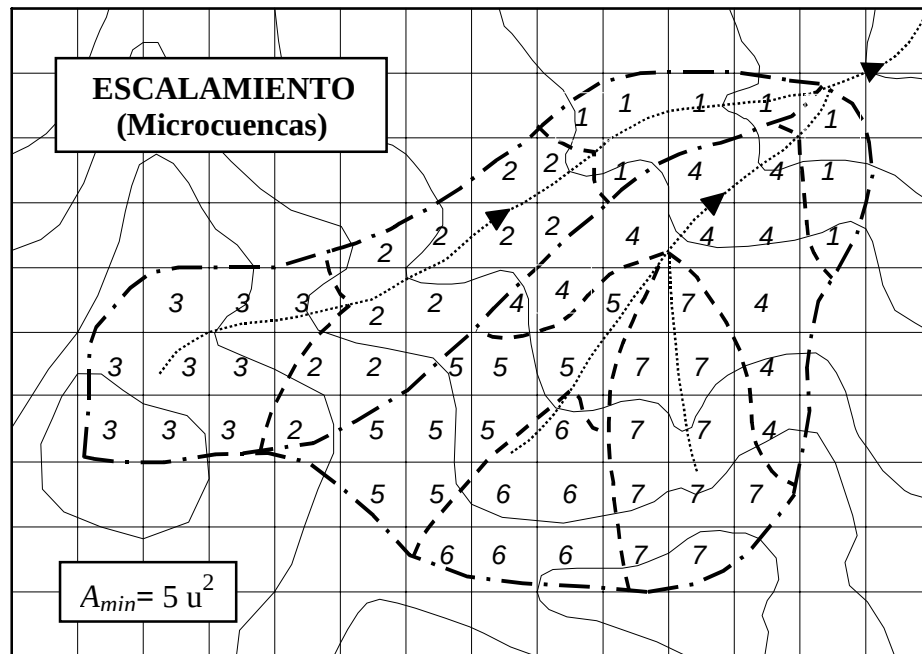


Figura 3. Escalamiento de cuenca. Utilizando el criterio de área mínima de drenaje (A_{min}), se pasa de la escala de punto (celda) a la escala de microcuenca. La caracterización topológica mediante el número de áreas drenadas y número de orden es idéntica a las celdas (Mobayed, 2001).

Por otro lado, la configuración de redes de drenaje en cuencas urbanizadas se puede obtener con el MDE asociado a condiciones naturales, aplicando algoritmos que corrijan altitudes y expresen los cambios fisiográficos inducidos por efecto de la urbanización (calles, terraplenes, canales artificiales). Tal ajuste dará lugar a una configuración más apegada a la morfología de la cuenca por estudiar y, por tanto, facilitará la determinación de algunas variables de uso común en la hidrología, como: área de captación, longitud de recorrido, pendiente de cauces y arroyos (calles), entre otras.

Puesto que los MDE están conformados por celdas cuadriculares y lo que los modelos hidrológicos necesitan son áreas irregulares de aportación (ver **Figura 4**), se vuelve necesario efectuar el proceso de escalado descrito pero, en este caso, respetando la naturaleza de las áreas tributarias de tipo urbano. Además de construir una “maqueta virtual” de la ciudad, se estarán definiendo las superficies de aportación asociadas a todos los elementos de drenaje propios de la infraestructura citadina.

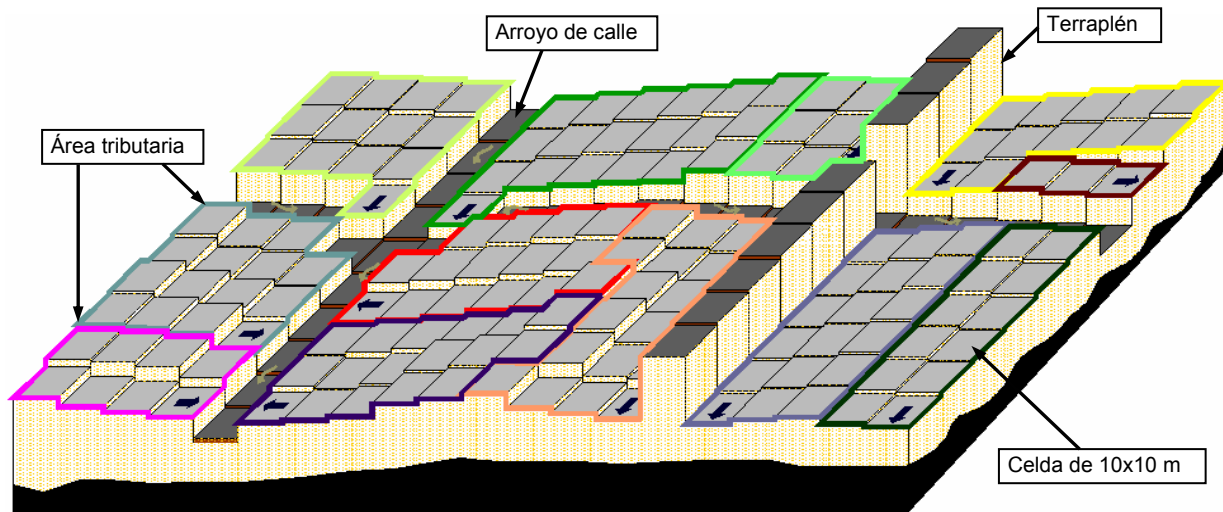


Figura 4. Esquema de un MDE urbano con sus áreas de aportación (Aranda, 2005), después de aplicar los procesos de ordenamiento y escalado.

3. MODELO DE SIMULACIÓN HIDROLÓGICA

La herramienta fundamental para simular los escurrimientos superficiales urbanos, como se ha planteado, es el modelo hidrológico distribuido HIDRAS (Mobayed, 2001) que aprovecha el tratamiento de la información fisiográfica, a partir del MDE y las cartas temáticas de edafología y uso del suelo. Como la mayoría de los modelos distribuidos, utiliza el criterio de direcciones preferenciales de flujo entre celdas y la acumulación de elementos para configurar la red o sistema de drenaje. Desde el capítulo previo, se describieron algunos procedimientos inherentes a la conformación del sistema hidro-urbano (SHU), destacando el ajuste de elevaciones según la traza de la ciudad, y el escalamiento de celdas reticulares a microcuencas mediante criterios de agrupamiento hidro-fisiográfico (Mobayed *et al.*, 2008).

3.1 Fundamentos del modelo hidrológico actual

Cuando se utilizan modelos hidrológicos de parámetros distribuidos, se aprovecha la información fisiográfica y pluviométrica asociada a todas y cada una de las unidades de escurrimiento que conforman la superficie de la cuenca. Tales unidades pueden ser elementos de una malla reticular, celdas geomorfológicas (agrupación “fisiográfica” de elementos reticulares, como las utilizadas por el modelo HIDRAS), microcuencas e, incluso, subcuencas.

Algunos modelos hidrológicos involucran para el tránsito de los escurrimientos pluviales las ecuaciones generales de conservación de masa y conservación de cantidad de movimiento del flujo a superficie libre, unidimensional o bidimensional (por ejemplo, Flo_2D© y MIKE 21©, por mencionar algunos). Otros de más fácil aplicación, se basan únicamente en el intercambio volumétrico del flujo entre unidades de escurrimiento – usualmente después de que se alcanza el nivel de saturación de cada una– y, en todo caso, en una velocidad de tránsito preestablecida (constante, como en el caso del programa TOPMODEL (Beven y Kirkby, 1979), o variable, según las características físicas de cada cauce, como en MERCEDES (Bouvier, Domínguez y Fuentes, 1994).

Otros modelos tratan de aplicar algoritmos basados en la hidrodinámica del flujo, pero mediante esquemas más simplificados para efectuar el tránsito de avenidas. Algunos, por ejemplo, utilizan el conocido método de Muskingum o de la onda cinemática (como se hace en la serie de programas HEC (SCS, 1972)); y otros, mejor aún, emplean formas simplificadas de las ecuaciones de Saint–Venant (precisamente como en el modelo HIDRAS). Este último tipo de modelos ha sido elegido para simular el esquema de simulación de la esorrentía pluvial en cuencas urbanas porque, además de representar mejor el fenómeno del flujo 1D a superficie libre, efectúa evaluaciones mucho más rápidas que los modelos basados en las ecuaciones completas.

Cuando se trabaja con unidades de escurrimiento mayores que la celda de una malla reticular (como es el caso de las celdas geomorfológicas o las microcuencas), es

necesario determinar, para cada una, características fisiográficas tales como: superficie, longitud y pendiente del llamado recorrido superficial más largo, así como valores representativos de la capacidad de escurrimiento o de la humedad precedente (previa a la ocurrencia de una tormenta). Con tal información es posible evaluar diversidad de variables hidráulicas como son: el coeficiente de escurrimiento, tiempo de retardo (del hidrograma), tiempo de concentración, así como otras relacionadas con el tránsito de avenidas (coeficientes de celeridad y difusión, en el caso de los modelos simplificados).

De acuerdo a lo anterior, la herramienta fundamental para simular los escurrimientos superficiales urbanos es el modelo hidrológico distribuido HIDRAS (Mobayed, 2001). Las hipótesis fundamentales en las que se sustenta, tanto para el caso de cuencas naturales como urbanas, son las siguientes:

- a) La unidad de escurrimiento es la celda geomorfológica, esto es, una agrupación mínima de elementos reticulares del modelo digital de elevación (MDE) que dan forma a una superficie tributaria con características similares a una cuenca: límite o parteaguas; cauce principal único, recorrido superficial más largo, centro de gravedad, y punto de salida (asociado a la celda reticular más baja). La dimensión media de tales celdas geomorfológicas se determina con el criterio de área mínima (*threshold area*, en inglés) o superficie capaz de formar un cauce incipiente de escurrimiento.
- b) Las celdas geomorfológicas corresponden en cantidad y ubicación con los tramos o segmentos que integran la red de drenaje. Por eso, al efectuar el proceso de agrupamiento de celdas reticulares o escalado se determina de una vez la configuración de la red (orden de los tramos de aguas abajo hacia arriba, e interconectividad entre cauces). La diferencia con respecto a la discretización de un área en unidades de microcuenca o subcuenca es que la celda geomorfológica tiene únicamente un solo cauce; y, para cierto escalado, se producen subdivisiones obligadas y únicas.

- c) Para la escorrentía pluvial, cada celda geomorfológica produce un hidrograma incipiente o propio, equivalente a la precipitación en exceso de cada unidad. Las pérdidas y el retardo local de la escorrentía se estiman con base en el método de la curva de escurrimiento (SCS, 1972) y en función de una condición precedente de humedad, establecida según cierta cantidad acumulada de celdas reticulares (con base en la “dirección de flujo” que siguen los elementos del MDE).
- d) El tránsito de avenidas por los cauces se basa en una forma integral de la ecuación dinámica de convección-difusión que, a su vez, corresponde a una simplificación de las ecuaciones de Saint-Venant para flujo 1D transitorio a superficie libre. La acumulación de escurrimientos en la confluencia de dos cauces ocurre de manera lineal, despreciando en ella posibles efectos de remanso. Tales efectos, más bien se representan a través de la propia variabilidad de los coeficientes de celeridad y difusión, en términos de la longitud, pendiente y gasto acumulado de cada celda geomorfológica.
- e) El modelo lluvia-escurrimiento ocupa solamente tres parámetros generales, de naturaleza física (valor mínimo y máximo de celdas acumuladas para distribuir la humedad precedente; fracción del tiempo medio de retardo; y fracción de anchura media de cada celda geomorfológica); y un solo parámetro distribuido que se asigna con base en información temática de las cartas de uso del suelo y edafología (el número de escurrimiento, necesario para aplicar el método referido de la SCS). Las características físicas de cauces y recorridos superficiales –para conocer tiempos de retardo, parámetros de celeridad y difusión por cauce, o para tener una distribución de la humedad precedente– se determinan con ayuda del propio MDE. El modelo admite datos de precipitación distribuidos de cualquier manera (polígonos de Thiessen, isoyetas, imágenes de radar meteorológico) en tanto que se obtienen hietogramas ponderados por cada celda geomorfológica con base en la superposición de áreas incidentes.

En principio, los modelos de tránsito distribuido de crecientes se utilizan para describir la transformación de lluvia a escorrentía, al producir el hidrograma a la salida de una

cuenca, y luego tomar el resultado como información de entrada en el extremo aguas arriba de un cauce o sistema de cauces y transitarlo hacia aguas abajo. En este caso se ha planteado, para el tránsito distribuido unidimensional, una expresión integral propuesta por Diskin y Ding (1994) que se basa en la ecuación dinámica de convección–difusión. La solución integral no requiere una subdivisión de los cauces para transitar una avenida y está expresada como una función impulso-respuesta, esto es que puede aplicarse directamente a un valor de entrada i para obtener el de salida q . La generación de la salida $q(t)$ a partir de una entrada $i(t)$, en el tiempo, se obtiene al aplicar la llamada integral de convolución discretizada, de manera similar al conocido hidrograma unitario (Mobayed, 2001):

$$Q_j = \sum_{k=1}^j (I_k u_{j-k+1}) \Delta t \quad (5)$$

Q_j es una ordenada de la curva de salida asociada al tiempo $j \Delta t$; e I_k la entrada en el tiempo $k \Delta t$. El valor de u se estima mediante la ecuación que sigue, para el instante $t = (j - k + 1) \Delta t$, la distancia L entre los puntos de entrada y salida, y para valores medios de los coeficientes de celeridad y difusión, C y D :

$$u(t) = \frac{L}{\sqrt{4\pi Dt^3}} \exp\left(-\frac{(L - Ct)^2}{4Dt}\right) \quad (6)$$

Se han obtenido gráficas adimensionales y expresiones que tipifican el comportamiento de C y D , en función de variables como el número de Froude, F , la celeridad C_0 y ε , esta última empleada también en el conocido método de Muskingum (ver detalles en Ortiz, 2000). Tales expresiones son las siguientes:

$$C = a \cdot [1 - \exp(-\frac{F}{a})] \cdot C_0 \quad (7)$$

$$D = (0.5 - \varepsilon) \cdot C \cdot L \quad (8)$$

donde

$$\varepsilon = b_0[1 - \exp(b_1 \cdot \mathbf{F})] \quad (9a)$$

$$a = 1.68 \cdot L \cdot \exp(0.118 \cdot L^2) \quad (9b)$$

$$b_0 = 0.50 - \frac{18}{L} \quad b_1 = -0.574 L^{0.312} \quad (9c)$$

$$C_0 = \sqrt{g \frac{A_h}{T}} \quad \mathbf{F} = \frac{I_{MAX}}{A_h \cdot C_0} \quad (9d)$$

Como se observa, C_0 es la llamada celeridad de la onda dinámica, asociada a las condiciones del gasto pico I_{MAX} ; y $\mathbf{F}$ es el número de Froude, también asociado a dicho caudal. La variable ε corresponde, como se dijo, a un conocido parámetro adimensional del método de Muskingum-Cunge, el cual se supone constante durante la simulación de los escurrimientos pluviales. a , b_0 y b_1 son coeficientes de ajuste, todos en función de la distancia L (en km para a , y en m para b_0 y b_1); A_h y T son el área hidráulica y ancho de la superficie libre en la sección inicial, asociadas al gasto pico del hidrograma entrante.

Para canales (o arroyos de calles) ubicados aguas abajo, la entrada de escurrimiento pluvial corresponde a los hidrogramas de salida generados en los tramos superiores (de hecho, si confluyen varios tramos, habrá que sumar sus aportaciones para definir tal entrada). Dichos canales producen su propia salida, resultado del tránsito de la avenida por medio de la ecuación (5) más la generada por cuenca propia. Al final, la acumulación de hidrogramas, hidráulicamente trasladados de los tramos superiores a los inferiores, habrá de definir la variación de la esorrentía a través de toda la red. La discretización del área permite suponer que cada canal tiene sección y pendiente constante (lo que facilita la elección de sus parámetros). La heterogeneidad, más bien, es inherente al sistema hidrológico en su conjunto.

3.2 Modelo hidrológico con regulación de caudal

El método de tránsito que emplea el modelo hidrológico descrito se basa en una solución integral de las ecuaciones de Saint-Venant, simplificadas al caso 1D y la variante llamada de convección-difusión. La solución corresponde a una forma discreta de la integral de convolución (ecuación 5), con una función impulso-respuesta conocida (ecuación 6) que depende de los parámetros de celeridad C y difusión D , supuestos constantes. Se hizo referencia a las relaciones adimensionales para estimar C y D (Ortiz, 2000), en función de la celeridad dinámica C_0 y el número de Froude F los cuales, a su vez, son función del gasto máximo de entrada I_{MAX} , así como del área hidráulica y ancho de superficie libre correspondiente, A_h y T (ecuaciones 7 y 8).

Ante la casi imposibilidad de conocer la geometría de los cientos o miles de cauces que pueden formar la red de drenaje de una cuenca, sea natural o urbana, se ha optado por estimar área y anchura de la superficie libre con ayuda de las llamadas ecuaciones geomorfológicas, de amplia aplicabilidad en la década de 1980-90. Un ejemplo de ellas es el siguiente (Betson, 1979):

$$A_h = n \left(91.4 \frac{I_{MAX}}{A_d} \right)^p \quad (10a)$$

$$T = a \left(91.4 \frac{I_{MAX}}{A_d} \right)^b \quad (10b)$$

Las expresiones están convertidas al SI de unidades, de modo que I_{MAX} se indica en m^3/s , A_h en m^2 y T en m. En ellas, A_d es la superficie de la cuenca, en km^2 , hasta el sitio donde se presenta el gasto máximo de entrada. Con respecto a los coeficientes, $a = 0.00776 \cdot A_d^{0.54}$, $n = 1.209 \cdot A_d^{0.45}$, $p = 0.358 \cdot S_0^{-0.104}$ y $b = 0.245$, siendo S_0 la pendiente del cauce principal (cerca de la salida). En caso de que el exponente p resulte menor a 0.6, debe tomarse éste como valor mínimo.

La idea que se plantea para hacer una representación aproximada del efecto de regulación provocado por un área o planicie de inundación, consiste en suponer que,

cuando se presentan volúmenes excesivos de escurrimiento, se forma una sección hidráulica compuesta que comprende parte de dicha planicie, en contraste con un área mínima o normal de geometría conocida. Una forma de fijar tal sección mínima o “de estiaje” consiste naturalmente en asociarla con el cauce, dren o colector (si fuera zona urbana), o definirla mediante las ecuaciones morfológicas, en términos de un gasto máximo vinculado a un período de retorno bajo, por ejemplo de cinco años.

Para gastos máximos que excedan a la sección del cauce, dren o colector (o al máximo asociado con el período de retorno propuesto), la sección se vuelve compuesta y su anchura se puede asemejar al ancho medio del área tributaria propia o a una fracción, esto es el área vinculada con el tramo de la red que forma el dren (ver **Figura 5**).

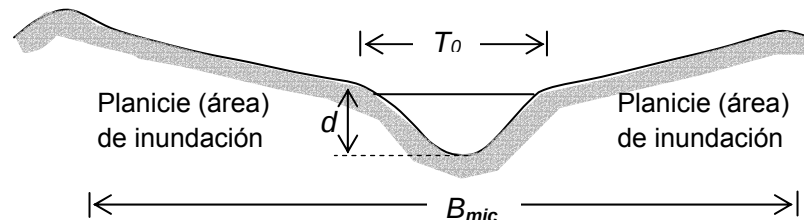


Figura 5. Sección hidráulica y ancho de la superficie libre para escurrimientos normales o que exceden la sección de estiaje. La anchura de la planicie o área de inundación se puede expresar como una fracción del ancho medio B_{mic} de la microcuenca o área tributaria.

Si se analizan las ecuaciones para calcular C y D (7 y 8), se advierte fácilmente que el incremento súbito del área hidráulica y la superficie libre implican una reducción en la celeridad y el coeficiente ε , aunque esto último supone un incremento de la difusión. Habría de esperar, en tal caso, que el tránsito de la avenida se retarde (por la reducción de C) y la magnitud de su caudal se atenúe (por incremento de D), que es justamente el efecto provocado por el área de inundación cuando el flujo es regulado por ella.

Un tránsito aproximado de tales características, sin duda, ocupa un tiempo de cálculo mucho menor que el de uno basado en las ecuaciones de Saint-Venant para flujo bidimensional y no permanente. Aunque las limitaciones del modelo 1D parecieran no ayudar a definir zonas de riesgo, una aproximación de la mancha de inundación se

podiera identificar por volumetría, obtenida al comparar los hidrogramas de tránsito con y sin superficie de inundación (**Figura 6**). Su diferencia, en el tiempo, representaría la variación de los volúmenes que son regulados durante la esorrentía aguas arriba del tramo colector; mientras que la diferencia incremental de volumen con respecto a sus tramos precedentes, según se explica más adelante, sería justo la cantidad de agua regulada de manera local.

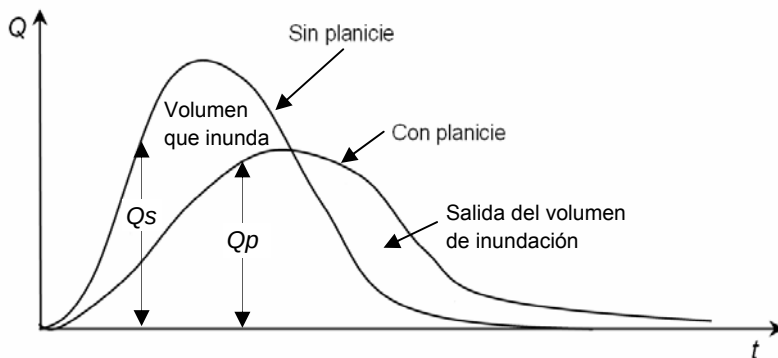


Figura 6.

Una aproximación de los volúmenes de inundación, incluyendo su variabilidad temporal, se puede determinar como la diferencia entre los hidrogramas de tránsito con y sin planicie de inundación.

No es difícil obtener hidrogramas sin efecto de planicie, mediante el método de tránsito propuesto, pues sólo basta suponer que la sección geomorfológica, en ningún caso, es excedida por el caudal de escurrimiento. Tal escenario puede corresponder a una primera aproximación del evento, para todos los cauces que forman la red de drenaje. Si se efectúa después una nueva simulación, suponiendo esta vez que, para determinado caudal máximo entrante (y, más aún, de pendiente mínima permisible) ocurre una excedencia que provoca inundación en la planicie, los hidrogramas tendrán en tal caso un retardo significativo y se atenuarán de manera que se reduzcan las aportaciones y magnitud del evento hacia aguas abajo. Al final del tránsito y puesto que existe conservación de masa en el análisis efectuado, la medida del volumen que se regula aguas arriba corresponderá siempre a la diferencia acumulada global entre la avenida que produjo inundación y la que no lo hizo.

Ahora, si lo que se quiere es determinar la cantidad de agua retenida localmente, es preciso hacer una comparación de los efectos de regulación al inicio y final de cada tramo de la red de drenaje para el cual, como se explicó en el proceso de escalado, le

corresponde una superficie tributaria propia. Supóngase, en efecto, la cuenca de la **Figura 7** cuyo primer segmento de la red está comprendido entre el punto de salida y entrada, **A** y **B**, y le corresponde la superficie tributaria o microcuenca 1, según los criterios de ordenamiento y escalado hacia aguas arriba.

Sea $Q_s(t)$ una ordenada del hidrograma de salida en el instante t , sin efecto de planicie (o sea, sin regulación); y $Q_p(t)$ una ordenada del hidrograma con efecto de planicie (ver **Figura 6**). La diferencia de ordenadas $\Delta Q(t)$ representa, como se dijo, el volumen regulado aguas arriba. Al tomar como salida los puntos **A** y **B** del ejemplo, se tiene que:

$$\Delta Q_A(t) = Q_{s_A}(t) - Q_{p_A}(t) \quad (11a)$$

$$\Delta Q_B(t) = Q_{s_B}(t) - Q_{p_B}(t) \quad (11b)$$

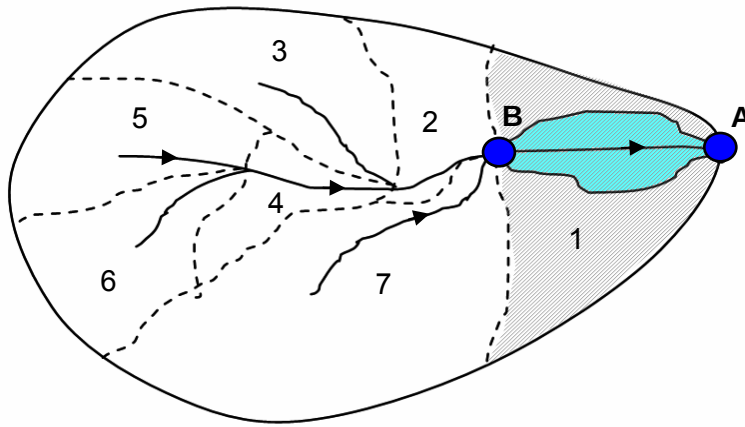


Figura 7.

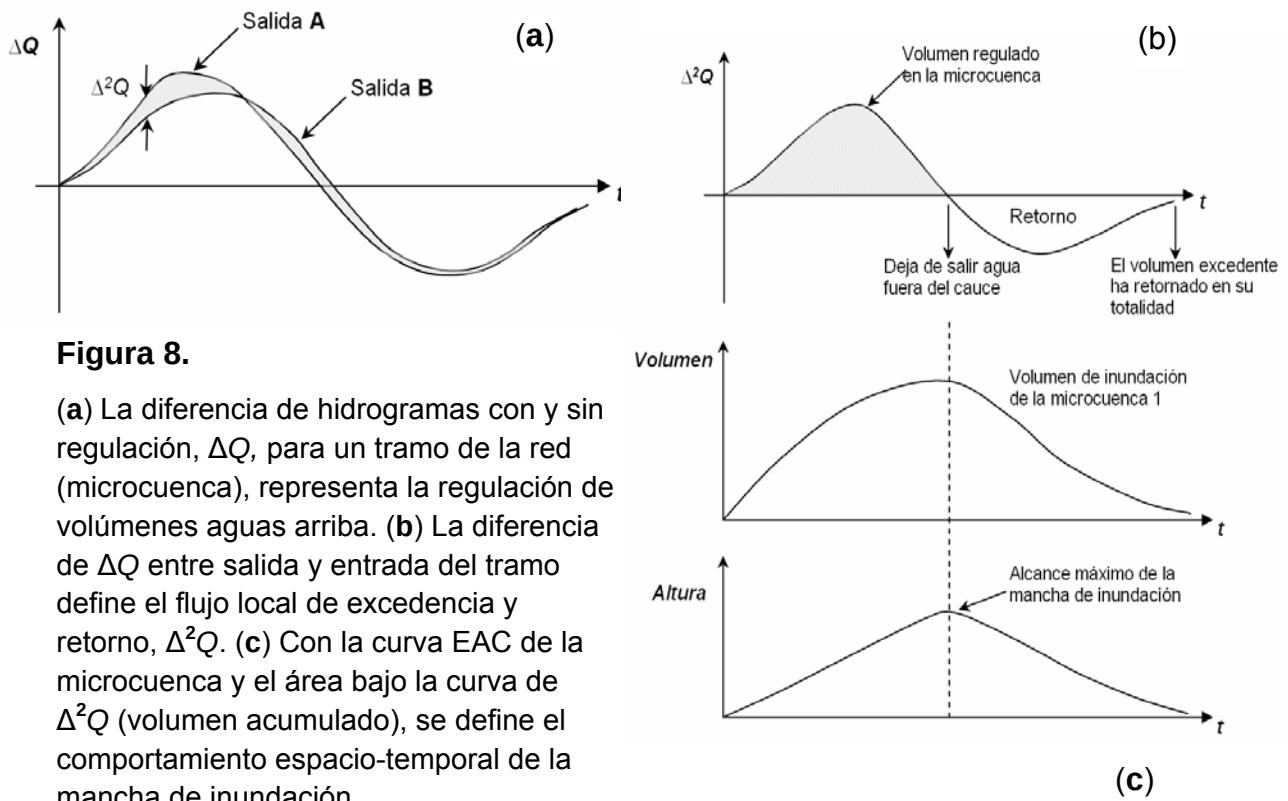
La mancha de inundación, asociada a cierto tramo de la red, se define con base en la diferencia de volúmenes regulados entre los puntos **A** y **B**. Su distribución espacial depende de la variación de áreas (y capacidades) con respecto a la altitud local del área tributaria (1).

En la gráfica que representa la diferencia de hidrogramas con y sin regulación, ΔQ , el valor positivo significa retención o salida de volumen de los cauces, en tanto que un negativo representa el flujo de retorno hacia el sistema de drenaje. Extendiendo la idea, cuando se comparan las diferencias entre la salida y entrada del segmento **AB** (tramo de la microcuenca 1), esto es entre $\Delta Q_A(t)$ y $\Delta Q_B(t)$, lo que se obtiene es la diferencia de retención (o retorno) entre ambos sitios, es decir, la retención local del segmento analizado (**Figura 8a**):

$$\Delta(\Delta Q) = \Delta^2 Q_{AB}(t) = \Delta Q_A(t) - \Delta Q_B(t) \quad (12)$$

Esta resta de diferencias (o “diferencia de diferencias”) expresada en una nueva gráfica (ver **Figura 8b**), define el flujo de excedencia o salida hacia las partes más bajas del área tributaria o planicie del segmento **AB**, cuando el valor es positivo, y el retorno paulatino de volúmenes hacia este tramo de la red, cuando el valor es negativo. Bastaría únicamente establecer un criterio para convertir el resultado de estas curvas en una expresión gráfica del comportamiento aproximado de la mancha de inundación. Empecemos por el hecho de que la integral de la función $\Delta^2 Q_{AB}(t)$, o simplemente $\Delta^2 Q_j(t)$ para cualquier tramo j donde se exceda la capacidad del cauce, corresponde al volumen de inundación de la planicie en dicho tramo:

$$VIn_j(t) = \int_0^t \Delta^2 Q_j(\tau) d\tau \quad (13)$$



siendo $VIn_j(t)$ el volumen de inundación del tramo j , hasta el tiempo t , y τ la variable de integración. Por la forma de variación de $\Delta^2 Q_j(t)$, es de esperar que dicho volumen alcance un máximo en determinado momento, asociado naturalmente al tamaño

máximo de la mancha de inundación (ver **Figura 8c**), y que este valor decrezca en forma gradual, a medida que el volumen de excedencia vaya retornando hacia el cauce (valores negativos que se restan del máximo acumulado).

En segundo término, aceptemos que la parte baja del área tributaria, asociada al segmento j , actúa como un pequeño reservorio del volumen local de inundación. Gracias a la información reticular del MDE de la cuenca, resulta simple generar la llamada curva elevación-área-capacidad de tal reservorio, o curva EAC, pues un conteo de celdas hasta determinada altura define la superficie y una acumulación de diferencias altitudinales entre esta altura y el punto de salida determina la capacidad correspondiente (sin que se olvide naturalmente multiplicar las sumatorias por la constante del área unitaria). Con el cambio temporal del volumen retenido y la curva EAC de la planicie como datos, se puede obtener finalmente la evolución de la altura del agua y generar el comportamiento local de la mancha (o áreas) de inundación.

No se olvide que el esquema de simulación propuesto es únicamente una aproximación del fenómeno real, basado en un principio hidrológico de tránsito 1D y en el cambio que experimentan los coeficientes de celeridad y difusión cuando la escorrentía ocurre en la sección modificada de la planicie de inundación. Los hidrogramas del tránsito de avenidas sin efecto de regulación, en este caso, han servido como elemento de referencia para cuantificar los volúmenes de retención y retorno a los cauces, por simple comparación con (diferencia entre) los hidrogramas regulados para estimar tanto la retención global como la asociada a cada elemento de la red de drenaje (esto cuando el caudal máximo de la sección de estiaje sea excedido y/o la pendiente de su cauce sea menor que un valor mínimo permisible, establecido de antemano como parámetro).

4. ESTUDIO DE CASO

4.1 Cuenca del Dren Norte (Ciudad de Querétaro)

Durante los eventos pluviales extremos registrados a principios del mes de septiembre del año 2003, la ciudad de Querétaro (México) padeció un severo problema de

inundaciones en la mayor parte de su área urbana. Los hechos dieron lugar a la aplicación inmediata de programas de emergencia y a la puesta en marcha de las acciones prioritarias identificadas en el plan maestro pluvial para la ciudad. Una de las zonas donde se manifestó de manera notable el efecto adverso de las inundaciones fue la más próxima al llamado dren Norte, importante obra que intercepta los escurrimientos pluviales que transitan de norte a sur, con el fin de conducirlos en dirección oriente-poniente y evitar que reconozcan y se acumulen en la zona central del valle, justo donde corre el río Querétaro (que cruza la zona urbana en sentido más o menos paralelo al dren). De esta manera, el dren Norte desaloja las aguas llovedizas hacia el arroyo El Arenal, antes de su confluencia con el propio río en el extremo de la ciudad.

La magnitud de la precipitación referida, junto con los registros pluviométricos disponibles y el levantamiento aproximado de las áreas inundadas, constituyen elementos de gran valor para probar la bondad del esquema de simulación propuesto y poner a prueba la confiabilidad de la base de datos fisiográficos integrada para formar el sistema hidro-urbano de la ciudad de Querétaro (en particular, su MDE adaptado para representar escurrimientos con influencia de la mancha urbana y drenes pluviales).

En esa fecha (2003), la ciudad de Querétaro no contaba con suficiente instrumentación climatológica, pero se tuvo acceso a los registros de las estaciones pluviométricas de SEDESU. De acuerdo con tal información, los equipos que registraron la tormenta mayor, desde las 19:00 horas del día 5 de septiembre hasta las 7:00 horas del día siguiente, correspondieron a las estaciones: Centro, Estadio, Galerías y Tlálloc, con un pulso máximo de 38 mm entre las 20:00 y 21:00 horas. Por el área de influencia y dado que no se observaron fluctuaciones notables entre registros, se eligió la estación Centro, cuyo hietograma de precipitación se muestra en el recuadro de la **Figura 10**. Para la información fisiográfica de la cuenca, se utilizó la base de datos del sistema hidro-urbano de Querétaro a través del acceso que brinda la plataforma de trabajo **RHiD** (Mobayed *et al.*, 2008). Para dar de alta el proyecto, se ubicaron dos puntos de control obligados, en este caso: la salida del área (poco antes de la confluencia del dren Norte con el arroyo El Arenal) y un punto de entrada aguas abajo del bordo Benito

Juárez. La ubicación de este último control obedece al hecho de que la obra mencionada ofreció una importante capacidad de regulación durante la ocurrencia del evento meteorológico, con un vertido de excedencias prácticamente inapreciable. Una vez indicados los puntos de control, se efectuó un escalado de las áreas tributarias o microcuencas para un criterio de área mínima entre 500 y 1000 celdas (5 y 10 Ha). La cuenca de estudio para el dren Norte, con una superficie total de 20.78 km² (que excluye la cuenca propia del bordo Benito Juárez), se muestra en la **Figura 10**.

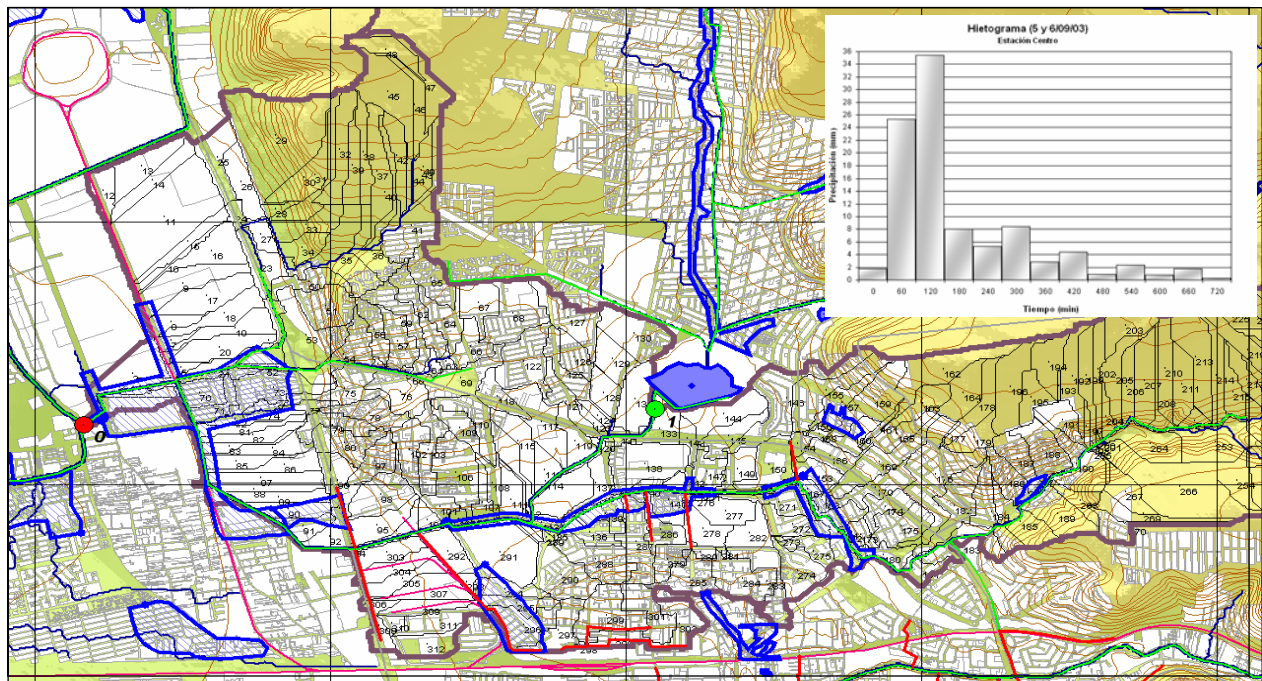


Figura 10. Cuenca urbana del dren Norte, de 20.8 km² (sin incluir la cuenca del bordo B. Juárez), configurada con el programa **RHID** y el sistema de datos de la ciudad de Querétaro. Se incluyen las manchas de inundación observadas después de los eventos de tormenta extraordinarios de los días 5 y 6 de septiembre del año 2003 y que afectaron buena parte del área. El recuadro superior muestra el hietograma de tormenta para el estudio de caso. Estación Centro, Querétaro (SEDESU)

4.2 Análisis de parámetros. Resultados

El modelo hidrológico distribuido para simular la escorrentía urbana, según fue descrito, se basa en los algoritmos del programa HIDRAS (Mobayed, 2001), cuyas hipótesis fundamentales han sido ya explicadas con anterioridad. Una de las hipótesis afirma que

el modelo tiene capacidad de simular el escurrimiento superficial de una cuenca, con sustento físico aceptable, mediante un número mínimo de parámetros: dos generales, de naturaleza física (valor mínimo y máximo de celdas acumuladas para distribuir la humedad precedente, Nd_I y Nd_{III} ; y fracción de anchura media de cada celda geomorfológica, K_B): y un solo parámetro distribuido que se asigna con base en información temática de las cartas de uso del suelo y edafología (el número de escurrimiento, CN , necesario para aplicar el método de la SCS).

La **Tabla 1** presenta estos parámetros junto con el rango de variación en el que pueden fluctuar. Para la humedad precedente se tomaron en cuenta las experiencias tenidas en la aplicación del modelo HIDRAS en zonas urbanas (Aranda, 2002); y, para el número de escurrimiento, los valores característicos de esta metodología (SCS, 1972). En cuanto al parámetro K_B , se ha elegido el rango $0.30 \leq K_B \leq 0.60$ sólo por fijar un criterio de análisis (aunque tomando en cuenta que la anchura resultante sea la de 4 a 8 arroyos de calle de la ciudad, esto es un valor que varíe entre 80 y 160 m). Con respecto al escalado, finalmente, se tomaron áreas incipientes de 500 y 1000 celdas.

La **Tabla 2** presenta los valores de gasto máximo, volumen y coeficiente de escorrentía obtenidos con las diferentes combinaciones propuestas de parámetros, tanto concentrados como distribuidos, con base en los resultados de las corridas del modelo HIDRAS. Como se esperaba, el tamaño de las celdas geomorfológicas no tuvo mayor influencia en la magnitud de los caudales; y el cambio de humedad precedente significó un incremento de 10 a 20%. La modificación en la anchura media de las celdas geomorfológicas, como criterio para establecer el área de influencia de las zonas inundables, mostró el efecto esperado: el gasto máximo tuvo una regulación mayor, del orden de 10%, cuando se efectuaron simulaciones con el valor más grande. No se habría esperado una diferencia mayor por el hecho de que las calles y avenidas, dadas sus dimensiones, no podrían ejercer una regulación tan significativa, como una planicie de inundación (natural), un vaso de almacenamiento o un cárcamo de bombeo.

Tabla 1. Rango de variación de parámetros del modelo hidrológico distribuido

Variable	Descripción	Mínimo	Máximo	Comentarios
Nd_I *	Celdas drenadas máximas para condición precedente seca	5	10	Valores probados en cuenca urbana instrumentada de la ciudad de Querétaro (Aranda, 2002)
Nd_{III} *	Celdas drenadas mínimas para condición precedente húmeda	10	20	
K_B	Fracción de anchura media de la celda geomorfológica	0.30	0.60	Rango para definir anchuras aceptables de inundación en zona urbana
CN	– Terreno baldío, sin urbanizar – Mancha urbana (predios) – Vialidades, áreas tratadas – Áreas verdes, jardines	70 84 87 65		Valores característicos en el método de la curva de escurrimiento (SCS, 1972)
A_{min}	Área incipiente de drenaje	500	1000	Rango de 0.05 a 0.10 km ²

* Un valor más grande implica menor humedad precedente

Tabla 2. Gastos máximos, volúmenes de escurrimiento y coeficientes C para el evento pluvial registrado en septiembre del 2003. Cuenca del dren Norte, Querétaro

Escala	Humedad \ Anchura	Mayor ($K_B = 0.60$)	Menor ($K_B = 0.30$)
500	Menor ($Nd = 10$ y 20)	$Q_{max} = 21.302 \text{ m}^3/\text{s}$ $V_{Total} = 740.25 \times 10^3 \text{ m}^3$ $C = 0.3649$	$Q_{max} = 22.227 \text{ m}^3/\text{s}$ $V_{Total} = 740.25 \times 10^3 \text{ m}^3$ $C = 0.3649$
	Mayor ($Nd = 5$ y 10)	$Q_{max} = 22.230 \text{ m}^3/\text{s}$ $V_{Total} = 769.31 \times 10^3 \text{ m}^3$ $C = 0.3792$	$Q_{max} = 24.252 \text{ m}^3/\text{s}$ $V_{Total} = 769.31 \times 10^3 \text{ m}^3$ $C = 0.3792$
1000	Menor ($Nd = 10$ y 20)	$Q_{max} = 20.284 \text{ m}^3/\text{s}$ $V_{Total} = 721.42 \times 10^3 \text{ m}^3$ $C = 0.3556$	$Q_{max} = 22.282 \text{ m}^3/\text{s}$ $V_{Total} = 721.42 \times 10^3 \text{ m}^3$ $C = 0.3556$
	Mayor ($Nd = 5$ y 10)	$Q_{max} = 24.131 \text{ m}^3/\text{s}$ $V_{Total} = 844.84 \times 10^3 \text{ m}^3$ $C = 0.4165$	$Q_{max} = 26.863 \text{ m}^3/\text{s}$ $V_{Total} = 844.84 \times 10^3 \text{ m}^3$ $C = 0.4165$

Al no contarse con un registro de hidrogramas asociados al evento estudiado, u otro de características similares, se ha tomado en cuenta: el nivel de resolución o dimensiones de las áreas tributarias (mejor 500 que 1000 para el área incipiente); una humedad precedente mayor, dado el efecto de impermeabilización que se observa en las superficies urbanas; y un factor más pequeño para corregir la anchura media de las

celdas geomorfológicas (mejor 0.3 que 0.6), esto porque determina un gasto menos regulado y porque la magnitud obtenida –de $24 \text{ m}^3/\text{s}$ – es similar a la que estimó el personal técnico de varias dependencias, con fines de evaluación, cuando ocurrieron estas precipitaciones máximas (Quintanilla, 2006).

De acuerdo con las simulaciones efectuadas y el análisis de parámetros del modelo, se eligió el caso señalado en la tabla anterior, y se determinó el hidrograma de salida que se muestra en la **Figura 11**. En la misma se incluye tanto la avenida hipotética, que representa la salida sin un solo desbordamiento de drenes –esto es sin regulación alguna–, como la avenida real resultante provocada por el control obligado que ejercen las áreas de inundación. Por su parte, la **Figura 12** contiene la expresión de las diferencias entre hidrogramas tanto a la salida como entrada de la segunda microcuenca (línea azul y roja, respectivamente), así como la llamada “diferencia de diferencias”, que representa la regulación ejercida de manera local en esa área (línea en color verde). El resultado, en efecto, concuerda con el comportamiento que se esperaba al momento de establecer estas comparaciones como elemento de cuantificación espacio-temporal de los volúmenes de inundación.

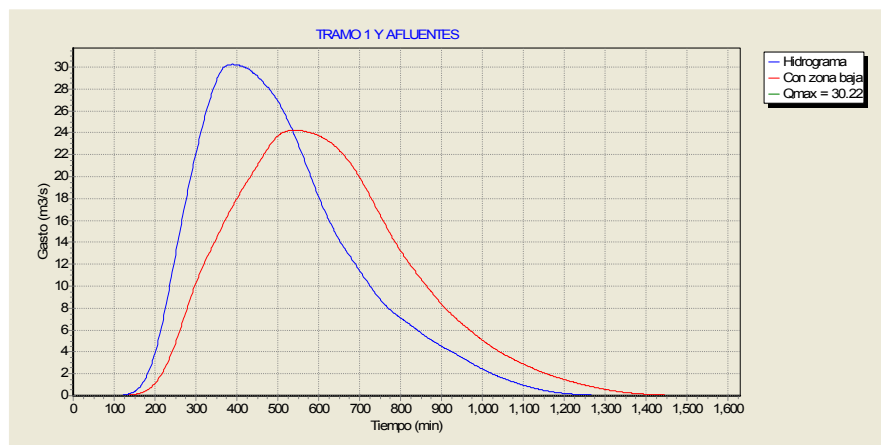


Figura 11.

Hidrograma a la salida del dren Norte, Querétaro, con y sin efecto de regulación en áreas de inundación, determinado con el modelo para el evento de tormenta extraordinario registrado el 5 y 6 de septiembre del año 2003.

Por último, la **Figura 13** (utilizada también como portada del trabajo) muestra el tamaño que alcanzan parte de las manchas de inundación por causa del evento ocurrido, configuradas con base en el volumen asociado a la máxima regulación y, como fue explicado, mediante la curva de elevación-área-capacidad de cada superficie tributaria.

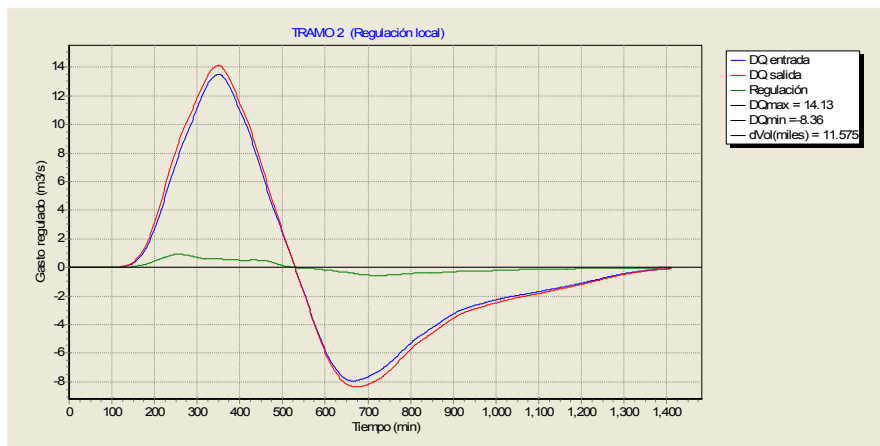


Figura 12.

Regulación local de gastos y volúmenes de inundación en un área tributaria cercana a la salida del dren Norte, para la tormenta estudiada. El resultado concuerda con el comportamiento teórico esperado.

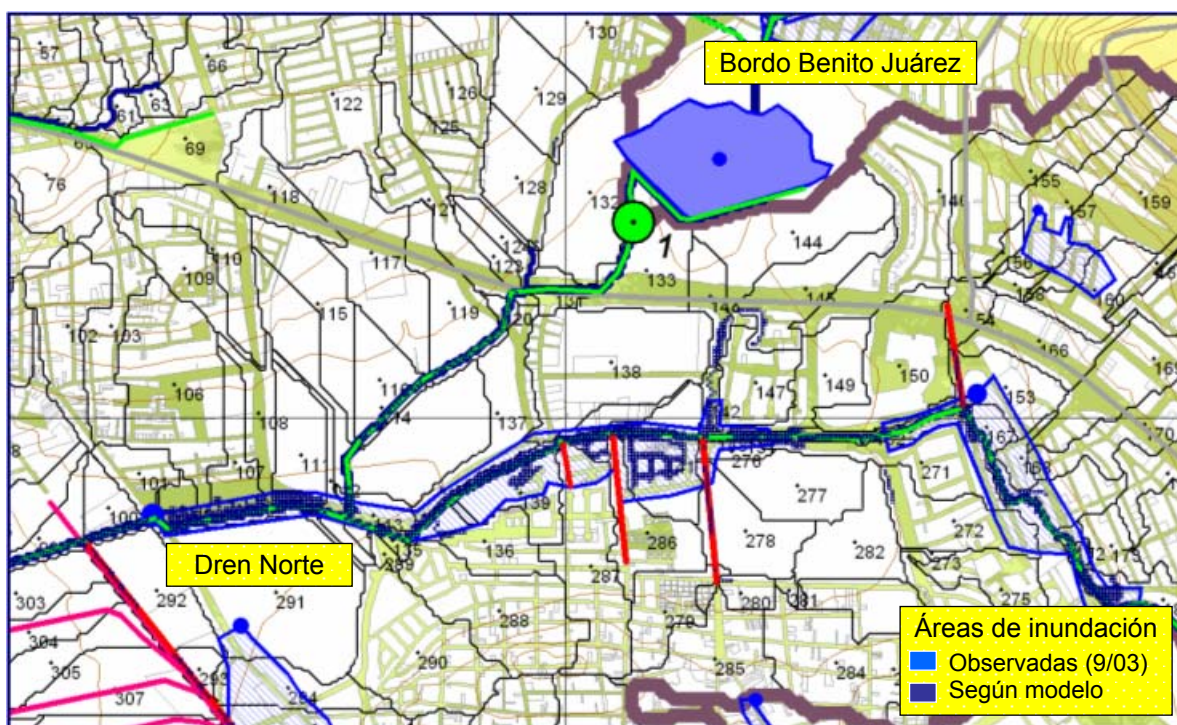


Figura 13. Manchas de inundación obtenidas con el modelo en comparación con las identificadas después del evento de tormenta estudiado, dentro de la cuenca del dren Norte, Querétaro. En el caso de las primeras, además de la concordancia con las observadas, la afectación coincide mejor (como debe ser) con el área baja de las vialidades.

Como se puede ver, existe una coincidencia más que aceptable entre tales manchas y las correspondientes al levantamiento visual que se efectuó poco después de ocurrido el evento, por parte del personal de Protección Civil en la ciudad de Querétaro.

5. CONCLUSIONES

El esquema de simulación presentado se basa en el principio hidrológico de tránsito 1D mediante una forma simplificada de las ecuaciones de Saint-Venant (modelo de convección-difusión), y en el cambio que experimentan los coeficientes de celeridad y difusión cuando la escorrentía ocurre en la sección modificada del área de inundación. Los hidrogramas que produce un tránsito de avenidas sin efecto de regulación, han servido como elemento de referencia para cuantificar los volúmenes de retención y retorno a los cauces, por comparación con los hidrogramas regulados para estimar tanto la retención global como la asociada a cada elemento de la red de drenaje.

La magnitud de las precipitaciones ocurridas en la ciudad de Querétaro, en septiembre del 2003, junto con los registros pluviométricos disponibles y el levantamiento aproximado de las áreas inundadas, constituyen elementos de gran valor para probar la bondad del esquema de simulación propuesto y poner a prueba la confiabilidad de la base de datos fisiográficos integrada para formar el sistema hidro-urbano de la ciudad de Querétaro (en particular, su MDE adaptado para representar los escurrimientos superficiales con influencia de la mancha urbana y los drenes pluviales).

Con respecto a los parámetros generales utilizados, de carácter físico, sólo fue necesario establecer dos: la fracción del ancho medio de cada superficie tributaria, para representar la sección de inundación, igual a 0.3 (lo que determina alrededor de 80 m como base de la sección mixta; de manera aproximada, una anchura equivalente a cuatro calles de la ciudad a nivel de cada microcuenca); así como la condición de humedad precedente en términos de cierto número de celdas, fijada en este caso para obtener volúmenes máximos de escurrimiento. Con la aplicación del modelo de simulación a la cuenca urbana en estudio (del Dren Norte), se hizo una validación en función del gasto máximo, así como extensión y características de las zonas inundadas.

Los resultados del modelo corresponden a una aproximación del fenómeno, no sólo por las hipótesis en las que se sustenta la modelación sino también por la representación

fisiográfica aproximada de la ciudad y la distribución que se ha hecho de los datos de precipitación. Destaca sin embargo, el tiempo de respuesta que tiene el modelo para hacer una evaluación casi inmediata acerca de la situación que puede generar un evento de gran magnitud, en especial cuando deben aplicarse medidas oportunas de protección ante tales contingencias.

6. Referencias bibliográficas

- Aranda, P. A. (2002), Diseño sistemático basado en SIG para redes de alcantarillado Pluvial, Tesis de grado, Universidad Autónoma de Querétaro, México
- Betson P.R., A geomorphic model for use in streamflow routing (1979), Water Resources Research, 15-1, febrero 1979.
- Beven K. y Kirkby M.J. (1979), A Physically Based, Variable Contributing Area Model of Basin Hydrology, Hidrol., Sci. Bull.
- Bouvier C., Domínguez M. R., Fuentes M. G. (1994) "MERCEDES, un Modelo de Pronóstico de Avenidas para Cuencas Heterogéneas", rev. Tlaloc-AMH, Septiembre 1994.
- Chow, V. T. (1959). Hidráulica de canales abiertos. Ed. McGraw-Hill.
- Diskin M. y Ding Y. (1994), Channel routing independent of length subdivision, Water Resources Research, 30-5, mayo 1994.
- Mobayed K. N. (2001), Modelo distribuido de lluvia-escorrentía basado en el manejo de variables geo-referenciadas y el escalamiento fisiográfico de cuencas, tesis doctoral, UNAM, México.
- Mobayed, K., N.; Fuentes M., G. E. y Méndez A., B., (2002), Aplicación del modelo hidrológico distribuido HIDRAS a una cuenca con respuesta súbita. Caso: Río Santa Catarina, Nuevo León (México), XX Congreso Latinoamericano de Ingeniería Hidráulica, La Habana, Cuba
- Mobayed, K.N., J.L. Jurado y Y. Meas (2008), Modelo hidrológico distribuido con regulación de caudal en zonas urbanas. Estudio de la problemática de inundaciones en la ciudad de Querétaro, proyecto FOMIX-CONACYT, Qro-2005-C01-16286, Informe Final, México
- Ortiz, A. F. (2000), Modelo integral simplificado de las ecuaciones de Saint Venant para el tránsito de avenidas, Tesis de grado, Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- Quintanilla, J. (2006), Modelo reducido para la simulación del dren Norte, Querétaro, tesis de maestría, Universidad Autónoma de Querétaro, México
- Soil Conservation Service (SCS) (1964, 1972), Hydrology, SCS National Engineering Handbook, U. S. Department of Agriculture, Washington D. C.
- Triviño, P.A. y R.S. Ortiz (2004), Metodología para la modelación distribuida de la escorrentía superficial y la delimitación de zonas inundables en Ramblas y Ríos-Rambla Mediterráneos, Investigaciones Geográficas #35, Universidad de Alicante, España