

**XXIX CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA
MÉXICO, 15 AL 19 DE NOVIEMBRE DE 2021
EVENTO VIRTUAL**

**ADAPTACIÓN DEL HIDROGRAMA UNITARIO GEOMORFOLÓGICO
A CASOS SIMULADOS MEDIANTE MODELOS DE BASE FÍSICA**

Mobayed Khodr, Nabil

Universidad Autónoma de Querétaro, Facultad de Ingeniería, MÉXICO
Asociación Mexicana de Hidráulica, Delegación Querétaro
nmkh2o@gmail.com

RESUMEN

Se propone una adecuación del factor de escala K empleado en el método del hidrograma unitario instantáneo geomorfológico (HUIG) propuesto por Rodríguez-Iturbe y Valdés (1979) para el cálculo de avenidas en cuencas. Se ha incluido un coeficiente de calibración que se obtiene al equiparar el hidrograma resultante con el que se determina mediante un modelo distribuido o de base física. Los resultados muestran que tal ajuste es posible, lo cual permite el empleo de un método más simple, en particular cuando se necesitan efectuar simulaciones en períodos extendidos de tiempo. La adaptación propuesta es aceptable porque siempre existe imprecisión en los valores que se asignan a la velocidad característica y a la longitud del cauce de mayor orden, utilizados en el cálculo del factor de escala K mencionado.

ABSTRACT

An adaptation of the scale factor K used in the geomorphological instantaneous unit hydrograph method (HUIG), proposed by Rodríguez-Iturbe and Valdés (1979) for the runoff calculation in basins, is proposed. A calibration coefficient has been included, which is obtained by equating the resulting hydrograph with the HUIG method and the one determined by a distributed or physically based model. The results show that such an adjustment is possible, which allows the use of a simpler method, particularly when simulations need to be carried out over extended periods of time. The proposed adaptation is acceptable because there is always imprecision in the values that are assigned to the characteristic velocity and the length of greatest order channel, used in the calculation of the scale factor K .

PALABRAS CLAVES: Modelo hidrológico distribuido; modelo de base física; hidrograma unitario instantáneo geomorfológico

INTRODUCCIÓN

La hidrología de parámetros distribuidos –también denominada hidrología distribuida o de base física– permite representar mejor la geometría de las redes de drenaje. Si, además, se conocen bien las características morfológicas en toda el área de la cuenca, las condiciones previas de humedad y la distribución espacio-temporal de las tormentas, es factible hacer una modelación más realista del fenómeno lluvia-escorrentía. En los modelos convencionales de parámetros concentrados, como el HUIG o hidrograma unitario instantáneo geomorfológico (Rodríguez-Iturbe y Valdés, 1979), si bien se toman en cuenta varios parámetros físicos de la cuenca, termina por involucrar los parámetros de escala α y forma K del conocido hidrograma unitario instantáneo de Nash (1957). Lo mismo sucede con todos los esquemas hidrológicos basados en formulaciones de tipo semiempírico.

Ya sea para una validación de resultados como por facilidad de cálculo, en particular cuando se necesitan efectuar simulaciones en períodos extendidos de tiempo, se propone hacer un ajuste del parámetro K en las expresiones propuestas por Rosso (1984) para el método del HUIG, aceptando que siempre existe imprecisión en los valores que se asignan a la velocidad característica y a la longitud del cauce de mayor orden (que depende del escalado de la red y la ubicación del punto de salida de la cuenca).

MODELO DISTRIBUIDO *HIDRAS*

Mediante hidrogramas, los esquemas de tránsito distribuido de crecientes en cuencas expresan la transformación de lluvia en escorrentía, y luego toman el resultado como dato de entrada en el extremo superior de un cauce o sistema de cauces y lo transitan hacia aguas abajo. En el modelo *HIDRAS* (Mobayed, 2001), se emplea una expresión integral para el tránsito distribuido 1D (Diskin y Ding, 1994) que no requiere una subdivisión de los cauces y está expresada como una función impulso-respuesta, esto es que se puede aplicar directamente a un valor de entrada I para obtener el de salida Q . La generación de la salida $Q(t)$ a partir de una entrada $I(t)$, en el tiempo t , se obtiene al aplicar la siguiente integral de convolución, discretizada de manera similar al hidrograma unitario:

$$Q_j = \sum_{k=1}^j (I_k u_{j-k+1}) \Delta t \quad [1]$$

Q_j es una ordenada del hidrograma asociada al tiempo $j \Delta t$; e I_k la entrada en el tiempo $k \Delta t$. El valor de u se estima mediante la ecuación que sigue, para el instante $t = (j - k + 1) \Delta t$, la distancia L entre los puntos de entrada y salida, y para valores medios de los coeficientes de celeridad (o advección) y difusión, C y D :

$$u(t) = \frac{L}{\sqrt{4\pi D t^3}} \exp\left(\frac{-(L - Ct)^2}{4Dt}\right) \quad [2]$$

Se han obtenido gráficas adimensionales y expresiones que tipifican el comportamiento de C y D , en función de variables como el número de Froude, F y el coeficiente ϵ , este último empleado también en el conocido método de Muskingum (Ortiz, 2000). Además, se ha comprobado su confiabilidad tras aplicar las ecuaciones a diversidad de cuencas instrumentadas (Aranda, 2002 y Quevedo *et al.*, 2016).

Para canales o arroyos ubicados aguas abajo de la red, la entrada de escurrimiento pluvial corresponde a los hidrogramas de salida generados en los tramos superiores (de hecho, si confluyen varios tramos, habrá que sumar sus aportaciones para definir tal entrada). Al final, la acumulación de hidrogramas, trasladados hidráulicamente de los tramos superiores a los inferiores, habrá de definir

la variación de la esorrentía a través de toda la red. La discretización del área permite suponer que cada canal tiene sección y pendiente constante (lo que facilita la elección de sus parámetros). La heterogeneidad, más bien, es inherente al sistema hidrológico en su conjunto.

Cuando se efectúa el escalado de una cuenca y las unidades de aportación pasan de celdas cuadrículares a microcuencas (unidades de escurrimiento o celdas geomorfológicas), la tasa de precipitación en exceso que generan, o intensidad efectiva $h(t)$, no necesariamente equivale al caudal de esorrentía directa. En otras palabras, cuando el área de drenaje es mínima (o sea que genera un escurrimiento incipiente) la suposición de $h(t) = I(t)$ puede resultar cierta; pero esto no es tan válido cuando la superficie es más grande, y obliga a considerar el efecto de regulación del área en el tránsito de las aguas llovedizas. En el modelo HIDRAS, se ha propuesto también aplicar un proceso de convolución por microcuenca, tal que

$$I_k = \sum_{i=1}^k (h_i v_{k-i+1}) \Delta t \quad [3]$$

donde

$$v_{k-i+1} = \frac{\delta+1}{t_b} \left(1 - \frac{t_p - (k-i+1)\Delta t}{r \cdot t_p} \right)^\delta \quad [4]$$

I_k es la ordenada que se sustituye en la ecuación [1] asociada al tiempo $k \cdot \Delta t$ y h_i la intensidad efectiva en el tiempo $i \cdot \Delta t$. t_p es el llamado tiempo pico de cada microcuenca; $r = 1$ para $t \leq t_p$ y $r = -\alpha$ para $t > t_p$. El coeficiente α se calcula como $\alpha = \beta + [M(\beta-1)\Delta t] / (2 \cdot t_p)$, siendo M el número de pulsos de precipitación en exceso. Con lo anterior, los coeficientes β y δ (o potencia del pulso unitario) se vuelven parámetros generales de calibración del modelo.

Por otro lado, el modelo HIDRAS también permite considerar una regulación de caudal en los propios cauces de la cuenca, esto cuando la esorrentía excede la capacidad local de cada tramo o segmento de la red de drenaje. Para tal efecto, se ha planteado hacer una representación aproximada del efecto de regulación provocado por un área o planicie de inundación al momento que se presentan volúmenes excesivos de escurrimiento y, por ende, se forma una sección hidráulica compuesta que comprende parte de dicha planicie, esto en contraste con un área mínima o normal de geometría conocida (para más detalles, consultar: Mobayed, 2009).

FORMULACIÓN PROPUESTA

El HUIG une la respuesta hidrológica de la cuenca a sus parámetros geomorfológicos y a otros como la velocidad del flujo (García *et al.*, 2002). Rosso (1984) derivó una forma analítica del hidrograma unitario como una función de densidad de probabilidad *Gamma* de dos parámetros, una combinación de la forma del HUIG original y el modelo de HUI de Nash, tal que:

$$u(t) = \frac{1}{K \Gamma(\alpha)} \left(\frac{t}{K} \right)^{\alpha-1} e^{-t/K} \quad [5]$$

donde $\Gamma()$ es la función gamma, t es el tiempo, α (adimensional) y K [T] son los parámetros de forma y escala del modelo de Nash. Estos parámetros pueden ser estimados como:

$$\alpha = 3.29 \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0.78} R_L^{0.07} \quad [6]$$

$$K = \frac{k_{\text{esc}} L_{\Omega}}{V} \left(\frac{R_A}{R_B R_L} \right)^{0.48} \quad [7]$$

siendo V la velocidad del flujo [L/T], L_{Ω} la longitud del cauce de mayor orden en la cuenca [L], R_A , R_B y R_L los números o coeficientes adimensionales de superficie, bifurcación y elongación de Horton, respectivamente. Valdés *et al.* (1979) sugirieron utilizar la velocidad máxima (asociada al caudal máximo) como un valor característico; si bien, tratándose de un parámetro de escala, se ha generalizado la expresión [5] al emplear un coeficiente k_{esc} (en vez del valor 0.70 de la ecuación original) que además corrige estimaciones imprecisas de V y L_{Ω} a manera de parámetro de calibración.

Puesto que la ecuación [5] representa la función de respuesta unitaria, es preciso generar el hidrograma mediante la integral de convolución discretizada, dada por la expresión [1]. Esta vez I_k corresponde a la llamada precipitación *en exceso* en el tiempo $k\Delta t$, siendo Δt el paso de tiempo. Como en el caso del hidrograma unitario, la respuesta unitaria $u(t)$ se evalúa para el tiempo $t = (j - k + 1)\Delta t$. En cuanto al valor de la función gamma, se puede usar la aproximación de Abramowitz y Stegun (1972) para $\Gamma(x + 1)$, esto con fines de programación.

HIETOGRAMA DE DISEÑO

Con la finalidad de aplicar la integral de convolución [1] teniendo como dato a los pulsos de precipitación en exceso, ya sea para el modelo distribuido como para el HUIG, es necesario establecer primero la forma de ocurrencia de la lluvia mediante un *hietograma de tormenta*. Cuando no se cuenta con registros pluviométricos, se puede utilizar una aproximación como la siguiente, de tipo potencial (Mobayed, 2001):

$$h^* = \frac{h(t)}{P_T / T} \quad ; \quad h^* = (n + 1) \left(\frac{t^* - \alpha}{r - \alpha} \right)^n \quad [8]$$

$$P^* = \frac{P(t)}{P_T} \quad ; \quad P^* = \alpha + (r - \alpha) \left(\frac{t^* - \alpha}{r - \alpha} \right)^{n+1} \quad [9]$$

donde $h(t)$ y h^* son la intensidad de precipitación en mm/min y adimensional; $P(t)$ y P^* , la precipitación acumulada en mm y adimensional; t y $t^* = t/T$, el tiempo en min y adimensional; n es la potencia del hietograma ($n \geq 0$); r , el llamado coeficiente de avance ($0 < r < 1$, si bien es característico que $0.2 \leq r \leq 0.5$, de acuerdo con Chow *et al.*, 1988); P_T , precipitación acumulada total en mm; y T , duración de la tormenta en min. El coeficiente α toma dos valores: $\alpha = 0$ cuando $t^* < r$ y $\alpha = 1$ cuando $t^* \geq r$. Con respecto a la precipitación en exceso, se puede emplear cualquier procedimiento para calcularla, como el método de la curva de escurrimiento (SCS, 1976, 1982).

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

A partir del modelo digital de elevación (MDE) asociado a la cuenca hidrológica de interés, se configura el área tributaria y la red de drenaje correspondiente. Se define un criterio de escalado para determinar la subdivisión de la superficie en unidades de escurrimiento o celdas geomorfológicas y, a partir de ahí, las características geométricas y fisiográficas de cada una (área, recorrido superficial más largo, longitud y pendiente de cauce principal, cobertura por uso de suelo y vegetación, entre otras). De acuerdo con la conectividad y características de la red de drenaje, se obtienen también los

coeficientes adimensionales de superficie, bifurcación y elongación de Horton. Se determina luego la precipitación de diseño y el hietograma de tormenta correspondiente.

Tras una asignación adecuada del número de curva por cada uso de suelo presente en el área, se aplica el modelo HIDRAS para encontrar primero la precipitación en exceso de cada microcuenca o celda geomorfológica, y después para efectuar el tránsito de los hidrogramas de cada elemento por toda la red, hasta el punto de salida de la cuenca. Por otro lado, se aplica la convolución de la ecuación [1] con la precipitación en exceso obtenida a partir del mismo hietograma de tormenta (esta vez para toda el área de la cuenca) y valores propios de la función respuesta [5] del HUIG.

De hecho, el cálculo del hidrograma basado en el método del HUIG se repite para distintos valores del parámetro de escala K , esto debido a la calibración que se requiere del coeficiente k_{esc} . En las iteraciones se trata de alcanzar (no siempre se logra) la máxima verosimilitud entre los valores respectivos de gasto máximo y volumen de la avenida asociados al método del hidrograma unitario geomorfológico y al modelo distribuido o de base física. Para el caso del volumen, se hace también un ajuste diferencial –por conservación de masa– al valor ponderado del número de curva CN que resulta con el modelo distribuido (puesto que tal ponderación, en efecto, se hace en proporción a las áreas de cobertura de suelo y vegetación en la cuenca, no a la precipitación en exceso).

CASOS DE ESTUDIO

CASO 1. Se hace referencia al estudio hidrológico realizado de una subcuenca semi-urbana ubicada en la ciudad de Querétaro (México). La finalidad es determinar las condiciones que se pueden presentar en la zona de un importante desarrollo inmobiliario, asentado en las proximidades del Bordo Azteca, a fin de proponer las obras y acciones más recomendables para el desalojo eficiente de volúmenes de escorrentía pluvial bajo condiciones de máxima ocurrencia (vista del área en la **Figura 1**; parámetros y variables principales en la **Tabla 1**).

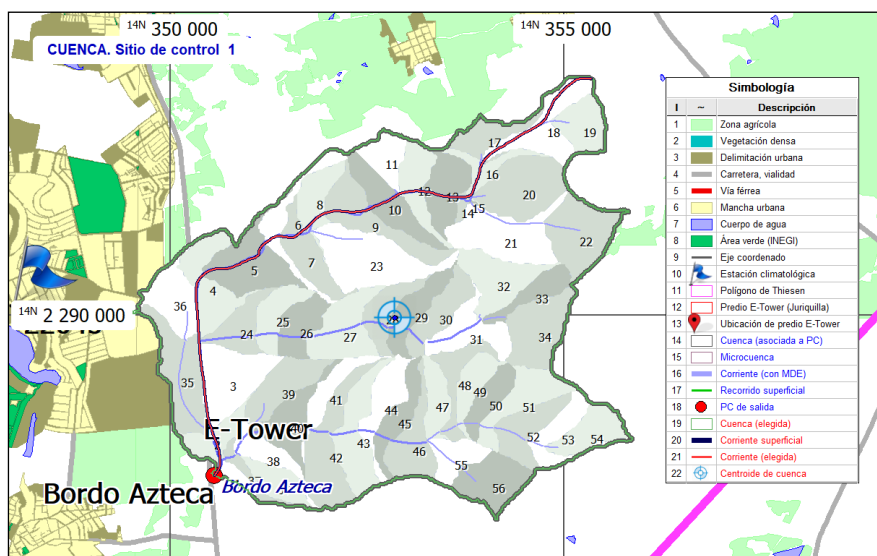


Tabla 1. Datos de la subcuenca del Bordo Azteca, al NE de la ciudad de Querétaro (México).

N°	Parámetro o variable	Dato
1	Área de cuenca (Ha)	2230.54
2	Recorrido máximo (km)	8.665
3	Orden de corriente	3
4	Cauce principal (m)	1772.7
5	Pendiente de cauce, S_o	0.03464
6	Pendiente de cuenca, S_c	0.05279
7	Número de curva, CN	78.309
8	CN , condición seca	60.259
9	CN , condición húmeda	89.251
10	Coefficiente escurrimiento, C	0.40859
11	Escalado. Área mínima (u^2)	1000
12	Horton. Superficie, R_a	3.48096
13	Horton. Bifurcación, R_b	2.54951
14	Horton. Elongación, R_l	1.13443
15	Velocidad en cauce (m/s)	3.866

Figura 1. Subcuenca aportadora del Bordo Azteca, en Querétaro, México (22.31 km^2), subdividida en 57 celdas geomorfológicas.

Se eligió un criterio de escalado de 1000 celdas reticulares en el MDE (con dimensiones de $15 \times 15 \text{ m}$) que ha subdividido la cuenca en 57 unidades de escurrimiento o celdas geomorfológicas. Con base en información climatológica disponible, se definió una precipitación de diseño $P_T = 79.3 \text{ mm}$ asociada a un período de retorno de 50 años; y, para una condición adversa, se consideró una duración de tormenta de $T = 200 \text{ min}$. Con tales datos y la ecuación [8] se generó el hietograma de

tormenta (de diseño) mostrado en la **Figura 2a**, asumiendo valores característicos para r y n , esto es $r = 0.30$ y $n = 3.0$ (Mobayed, 2020).

Teniendo como base los resultados del modelo distribuido, con ayuda del programa HIDRAS (descrito en apartado previo), resulta factible determinar un valor del coeficiente k_{esc} de la ecuación [7] para el HUIG, en este caso $k_{esc} = 15.1$ (y un valor $CN = 72.185$, en vez de 72.0, para calcular la precipitación en exceso). La **Figura 2b** muestra el hidrograma resultante obtenido mediante las ecuaciones [1] y [5] para el período de retorno de 50 años, comparado con la gráfica obtenida con base en el modelo distribuido.

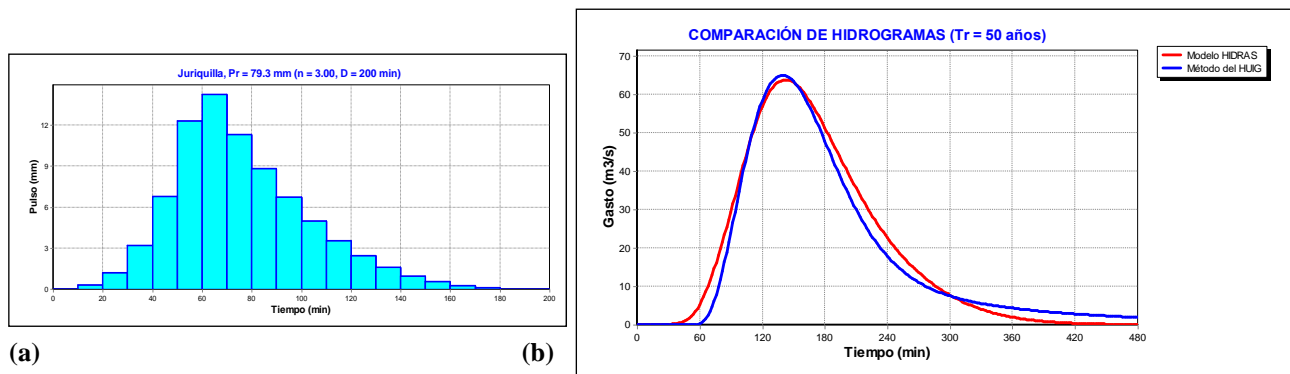


Figura 2. (a) Hietograma potencial de precipitación asociado a un periodo de retorno de 50 años (datos de la estación Juriquilla), para la cuenca tributaria del bordo Azteca, en Querétaro (México); y (b) Hidrogramas generados con el método del *hidrograma unitario instantáneo geomorfológico* y el modelo distribuido HIDRAS (Mobayed, 2001) a la salida de la subcuenca del bordo Azteca.

CASO 2. El día 11 de junio del 2018 tuvo lugar una importante precipitación que ocasionó diversidad de problemas de inundación en la ciudad de León, en Guanajuato (México). Una de las corrientes que presentó mayores conflictos fue el denominado arroyo Chichiuas, cuya subcuenca se ubica al NW de la zona metropolitana (**Figura 3**; parámetros y variables principales en la **Tabla 2**).

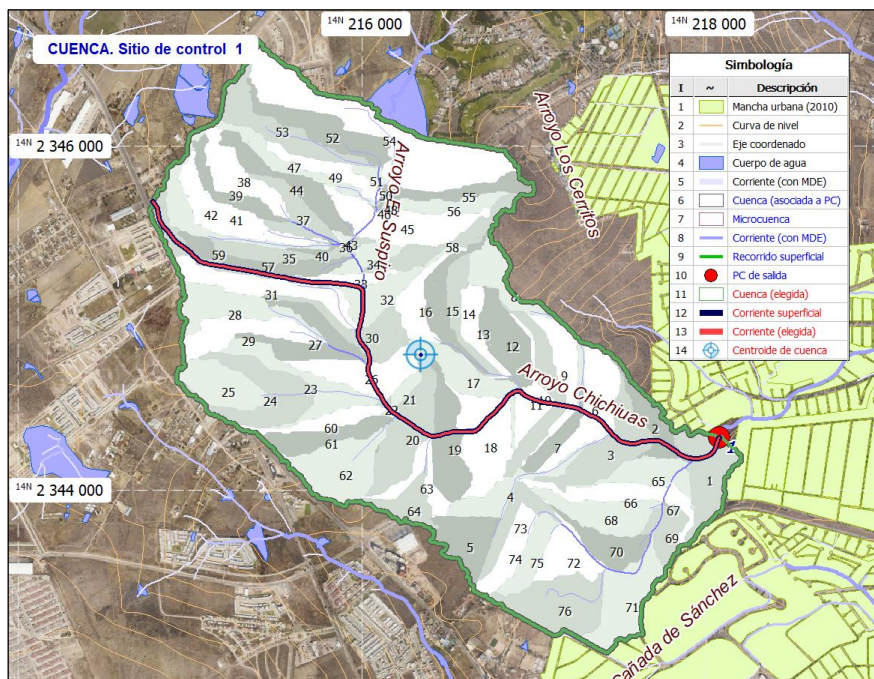


Tabla 2. Datos de la subcuenca del arroyo Chichiuas, al NW de la ciudad de León (México).

N°	Parámetro o variable	Dato
1	Área de cuenca (Ha)	605.438
2	Recorrido máximo (km)	4.420
3	Orden de corriente	3
4	Cauce principal (m)	3047.3
5	Pendiente de cauce, S_o	0.04896
6	Pendiente de cuenca, S_c	0.04001
7	Número de curva, CN	68.214
8	CN , condición seca	47.405
9	CN , condición húmeda	83.153
10	Coefficiente escurrimiento, C	0.24523
11	Escalado. Área mínima (u^2)	2000
12	Horton. Superficie, R_a	2.68505
13	Horton. Bifurcación, R_b	3.80789
14	Horton. Elongación, R_l	2.14405
15	Velocidad en cauce (m/s)	2.498

Figura 3. Subcuenca aportadora del arroyo Chichiuas, en la ciudad de León, México (6.054 km^2), subdividida en 76 microcuencas o celdas geomorfológicas.

Esta vez se aplicó un criterio de escalado para 2000 celdas reticulares en el MDE (con dimensiones de 5 x 5 m) que ha subdividido la cuenca en 76 unidades de escurrimiento o celdas geomorfológicas. De acuerdo con la información registrada, se tuvo una precipitación acumulada de $P_T = 65.2$ mm en el centroide de gravedad del área tributaria. Con tales datos y la ecuación [8] se generó el hietograma de tormenta mostrado en la **Figura 3a** junto con los pulsos de precipitación en exceso calculados con el método de la curva de escurrimiento (SCS, 1976, 1982).

De nuevo, con los resultados del modelo distribuido HIDRAS, ha sido factible determinar un valor del coeficiente k_{esc} de la ecuación [7] para el HUIG, esta vez $k_{esc} = 3.50$ (y $CN = 75.507$, en vez de 80.1, para calcular la precipitación en exceso). La **Figura 3b** muestra el hidrograma resultante obtenido mediante las ecuaciones [1] y [5] para la lluvia histórica registrada, comparado con la avenida que se obtiene con la aplicación respectiva del modelo distribuido.

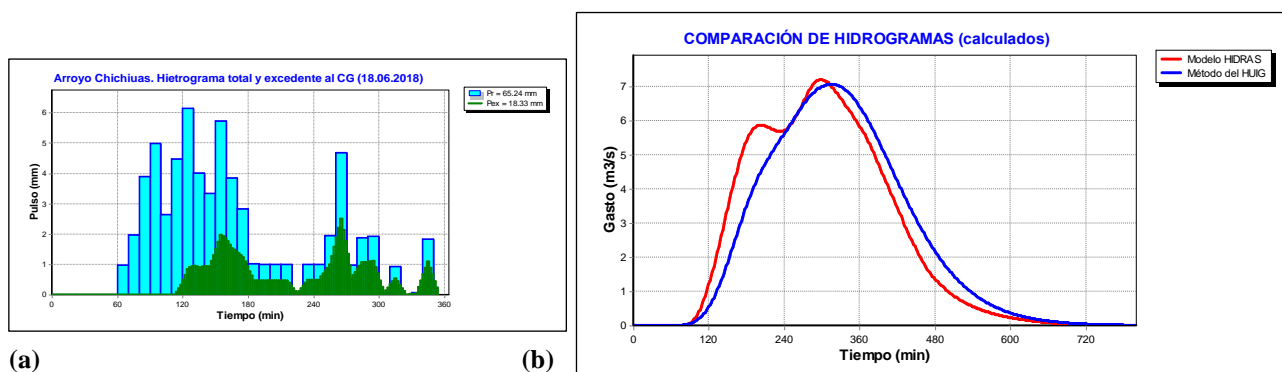


Figura 3. (a) Hietograma de precipitación registrado el día 11.06.2018, para la cuenca tributaria del arroyo Chichiuas, en León (México), así como pulsos de precipitación excedente calculados con base en el método de la curva de escurrimiento (SCS, 1972, 1982); y (b) Hidrogramas generados con el método del *hidrograma unitario instantáneo geomorfológico* y el modelo distribuido HIDRAS (Mobayed, 2001) a la salida de la subcuenca del arroyo Chichiuas.

CONCLUSIONES

Por sus características, la hidrología distribuida o de base física puede representar la geometría y fisiografía de las redes de drenaje, la humedad antecedente y la distribución de cualquier tormenta, y por ende modelar con más precisión la escorrentía directa que se genera en determinada cuenca. Se ha comprobado que, con un ajuste adecuado del factor de escala K y el número de curva para estimar la precipitación en exceso, el HUIG o hidrograma unitario instantáneo geomorfológico, que es un método de tipo concentrado, puede representar aceptablemente la misma escorrentía pluvial a la salida de dicha cuenca, esto gracias a la base física con la cual ha sido formulado.

La variabilidad del coeficiente de escala, k_{esc} , agregado a la expresión del factor K , depende notablemente de la precisión que se tenga al asignar el valor de la velocidad característica y estimar la longitud del cauce de mayor orden, tal como se ha advertido con los casos de estudio presentados (escalados distintos de la red y ubicación –muchas veces arbitraria– del punto de salida de la cuenca). Como sea, es importante efectuar múltiples evaluaciones en trabajos posteriores, de preferencia con cuencas instrumentadas, para verificar la bondad del tipo de ajuste propuesto.

Los resultados son alentadores y se comprueba que es factible adaptar la respuesta de una cuenca, inferida con base en un modelo hidrológico de base física o distribuido, mediante el ajuste de un solo coeficiente en los parámetros utilizados por el HUIG.

REFERENCIAS

- Abramowitz M. y Stegun I. A.** (1972), *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Ed. Dover, New York, EUA.
- Aranda P. A.** (2002), *Diseño sistemático basado en SIG para redes de alcantarillado Pluvial*, Tesis de grado, Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- Chow V. T., Maidment D. R. y Mays L. W.** (1988), *Applied Hydrology*, McGraw Hill Inc. (edición en español, Santa Fe de Bogotá, Colombia, 1994), New York, EUA.
- Diskin M. y Ding Y.** (1994), "Channel routing independent of length subdivision", *Water Resources Research*, 30-5, mayo 1994.
- García, S., Frances, F. y Andrew, J.** (2002), "Simulación hidrológica basada en SIG: Sensibilidad a factores de escala", *Ingeniería del Agua*, 9(3), septiembre 2002, 295-308.
- Mobayed K. N.** (2001), *Modelo distribuido de lluvia-escorrentía basado en el manejo de variables geo-referenciadas y el escalamiento fisiográfico de cuencas*, tesis doctoral, UNAM, México.
- Mobayed K. N.** (2009), "Simulador de inundaciones en áreas urbanas. Un modelo de pronóstico con fines de alertamiento", revista *Ciencia@UAQ*, Vol.2, N° 1, junio 2009, Querétaro, México.
- Mobayed K. N.** (2020), "Estudio hidrológico para el proyecto del desarrollo *E-Tower*, en el municipio de Querétaro (Juriquilla), Querétaro", Informe técnico, México.
- Nash I. E.** (1957), "The form of the instantaneous unit hydrograph", *IAHS Publ.*, 42, 114-118.
- Ortiz A. F.** (2000), *Modelo integral simplificado de las ecuaciones de Saint Venant para el tránsito de avenidas*, Tesis de grado, Universidad Autónoma de Querétaro, México
- Quevedo T.A., Mobayed K.N., Fuentes R.C., González S.E. y Chávez G.C.**, "Simulación del escurrimiento directo de eventos en cuencas pequeñas con el modelo HIDRAS", 2016, *Agrociencia*, 50(7), 787-798, México.
- Rodríguez-Iturbe, I. y Valdés, J. B.** (1979). "The Geomorphologic Structure of the hydrologic response", *Water Resources Res.*, 15, 1409-1420.
- Rosso, R.** (1984), "Nash model relation to Horton order ratios", *Water Resources Res.*, 20, 914-920.
- SCS** (1976, 1984), Soil Conservation Service, *Hydrology, SCS National Engineering Handbook*, U. S. Department of Agriculture, Washington D. C., EUA.